

***Contagem de pontos em projecção triangular***  
***A rede de contagem TRIREDE***

**A. F. MENDES**

Centro de Estratigrafia e Paleobiologia da UNL, Faculdade de Ciências e Tecnologia,  
Quinta da Torre, P-2825 Monte de Caparica, Portugal

Ciências da Terra (UNL)	Lisboa	Nº 11	pp. 303-310 7 figs.	1992
-------------------------	--------	-------	------------------------	------



---

## RESUMO

*Palavras-chave: Projeções — Redes — Geoquímica — BASIC — MS-DOS.*

Apresenta-se a rede de contagem triangular *TRIREDE*, e o algoritmo que permite o seu estabelecimento. Apresenta-se também o programa do mesmo nome, permitindo a sua utilização e o cálculo da densidade de pontos através da referida rede.

---

## RÉSUMÉ

*Mots-clés: Projections — Canevas — Géochimie — BASIC — MS-DOS.*

On présente le canevas de contage *TRIREDE* et le logiciel du même nom, utilisés pour la projection et contage de points dans un réseau triangulaire et le respectif calcul de la densité de points.

---

## ABSTRACT

*Key-words: Projections — Nets — Geochemistry — BASIC — MS-DOS.*

The *TRIREDE* triangular counting net is presented, as well as the algorithm for its calculation and the *TRIREDE* program, used to project points in a triangular net and the calculation of a density grid.



Com o desenvolvimento de técnicas que permitem a obtenção de grande número de dados, é necessário, também, que esse desenvolvimento seja acompanhado pelo das técnicas necessárias ao seu tratamento.

Com efeito, o melhor processo para o tratamento de grandes conjuntos de dados dispostos espacialmente, em espaços definidos com várias geometrias, tem sido o de estabelecer curvas de isovalores por intermédio do cálculo de grelhas regulares de contagem. Tal é o caso, por exemplo, de pontos dispostos em superfícies esféricas, para os quais foram já desenvolvidas várias redes de contagem manual ou automática, que permitem o estabelecimento de grelhas de pontos dispostos de forma regular e simétrica sobre a superfície esférica de projecção (MENDES & KULLBERG, 1992).

No entanto, o espaço geométrico triangular de projecção, tão de uso em vários campos da Geologia (Petrologia, Geoquímica e Mineralogia, apenas para citar alguns), tem sido posto um pouco de lado, provavelmente porque a maioria das utilizações destas projecções se refere apenas a um número restrito de pontos.

Contrariamente ao caso de pontos dispostos sobre uma superfície esférica, em que o espaço é finito mas ilimitado, uma superfície plana de forma triangular é ao mesmo tempo finita e limitada. Desta forma, quando da contagem de pontos para o estabelecimento de curvas de isodensidade estabelece-se um “efeito de fronteira”, que tem de ser levado em conta ao se estabelecerem densidades calculadas em função do número de pontos atribuídos a cada centro de contagem.

Foi estabelecida então uma rede de contagem triangular, com os pontos dispostos de forma regular sobre o triângulo de contagem, separados por distâncias equivalentes a 5% do comprimento dos lados do triângulo de projecção, sendo a cada centro de contagem atribuída uma área de influência de raio igual a esta mesma distância, de forma a assegurar uma boa sobreposição das áreas de contagem.

Existem, assim, seis tipos de áreas definidas sobre a superfície do triângulo, conforme a sua disposição:

- Áreas centradas em centros de contagem situados no interior do triângulo, a mais de 5% de distância dos lados (Fig. 1):

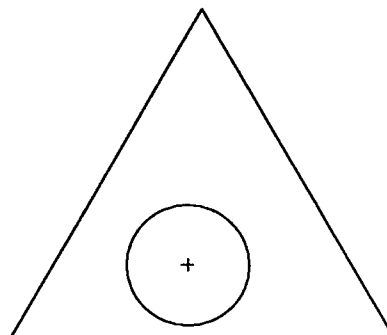


Fig. 1

Neste caso, e considerando a área de um círculo completo como a unidade, cada um destes pontos tem uma área de influência igual a 1. A densidade de pontos é, neste caso, numericamente igual ao valor da contagem.

- Áreas centradas num dos vértices do triângulo (Fig. 2):

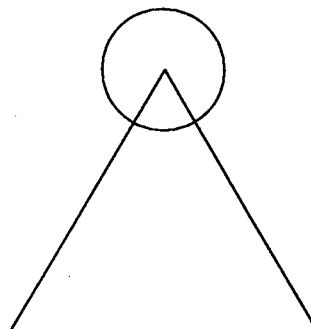


Fig. 2

Neste caso, a área de contagem atribuída a cada um dos três centros de contagem nestas condições é de 1/6 da área de um círculo completo; a densidade de pontos em cada um dos centros de contagem referidos é, então, igual a 6 vezes o valor da contagem, já que estamos a considerar a densidade de pontos em cada centro de contagem como a razão entre o número de pontos e a área em que esses pontos estão localizados.

- Áreas centradas em pontos situados nos lados do triângulo, a distâncias superiores a 5% do comprimento dos lados (Fig. 3):

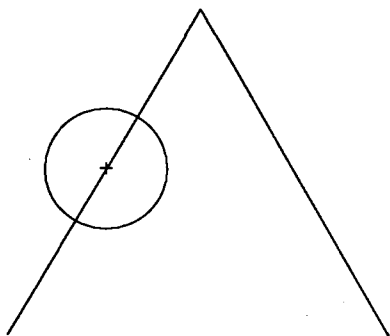


Fig. 3

Neste caso, e pelas razões já explicadas, a densidade dos pontos é dupla do valor da contagem.

- Áreas centradas em pontos vizinhos dos lados, intersectando apenas um deles (Fig. 4):

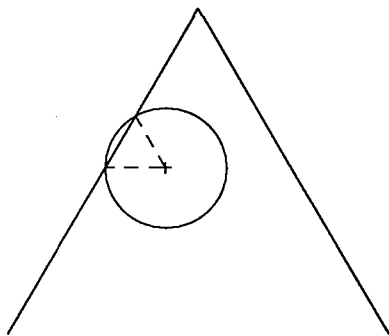


Fig. 4

Neste caso, a área de influência de cada um dos centros de contagem nestas condições é igual à de um círculo, subtraindo-lhe a área de um arco de círculo de 60° subtense pela corda respectiva. Temos, então, que calcular a área dada como se segue:

— tomemos o sector circular de abertura 60°, constituído pela soma das áreas de um triângulo equilátero de lado igual ao raio do círculo em causa e de um arco da mesma abertura subtense

pela corda respectiva, neste caso um dos lados do triângulo referido. A área do sector circular é, neste caso, 1/6 da área do círculo;

— para determinarmos a área do triângulo dado, é necessário primeiro determinarmos o seu lado L, neste caso igual ao raio de um círculo de área unitária. Temos, então, que:

$$\pi.L^2 = 1, \quad \text{donde}$$

$$L = \sqrt{\frac{1}{\pi}}$$

A superfície S de um triângulo com este lado é, como para a área de qualquer triângulo equilátero, de:

$$S = \frac{L^2 \cdot \sin 60^\circ}{2}$$

A área pedida, A, é então de:

$$A = \frac{1}{6} - \frac{\frac{1}{\pi} \cdot \sin 60^\circ}{2}$$

ou seja,

$$A = 0,0288344428.$$

A área de influência de pontos nas condições dos da Fig. 4 é, assim, de (1 - A), valor pelo qual se devem dividir as contagens efectuadas nestes pontos para determinar as densidades a eles atribuídas.

- Áreas centradas em pontos vizinhos dos lados, intersectando dois deles (Fig. 5):

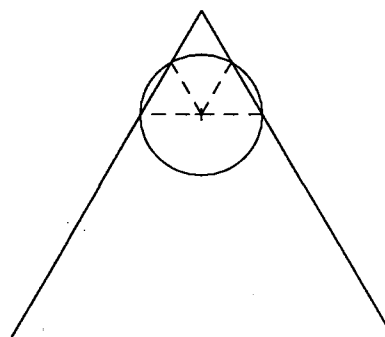


Fig. 5

Nestas condições, a área de influência de cada ponto nestas condições (apenas três, como se pode ver na Fig. 7) é de (1 - 2A), e para se achar a densidade em cada um destes pontos é necessário dividir a contagem por este valor.

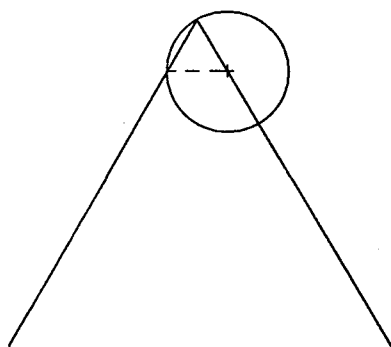


Fig. 6

— Áreas centradas em pontos nas condições exemplificadas pela Fig. 6:

Neste caso, como facilmente se pode ver, a área de influência de cada ponto é de  $\frac{1}{2} - 2A$ , factor pelo qual se deve dividir a contagem em cada um destes pontos para se obter a respectiva densidade.

É lógico, que a contagem de pontos em redes deste tipo, associada, depois, às correcções necessárias para se determinarem as densidades atribuídas a cada ponto, é tarefa por demais incómoda para ser efectuada manualmente. Foi desenvolvido pelo autor o programa *TRIREDE* (Microsoft Extended BASIC® 7.0), a ser utilizado em computadores com o sistema operativo MS-DOS™ ou compatíveis, o qual, além de desenhar a rede de contagem com o mesmo nome (Fig. 7), efectua a projecção de pontos em coordenadas triangulares e posterior contagem. Está em curso o desenvolvimento de rotinas que efectuem o traçado automático das curvas de isodensidade, a partir de ficheiros ASCII criados pelas rotinas de contagem.

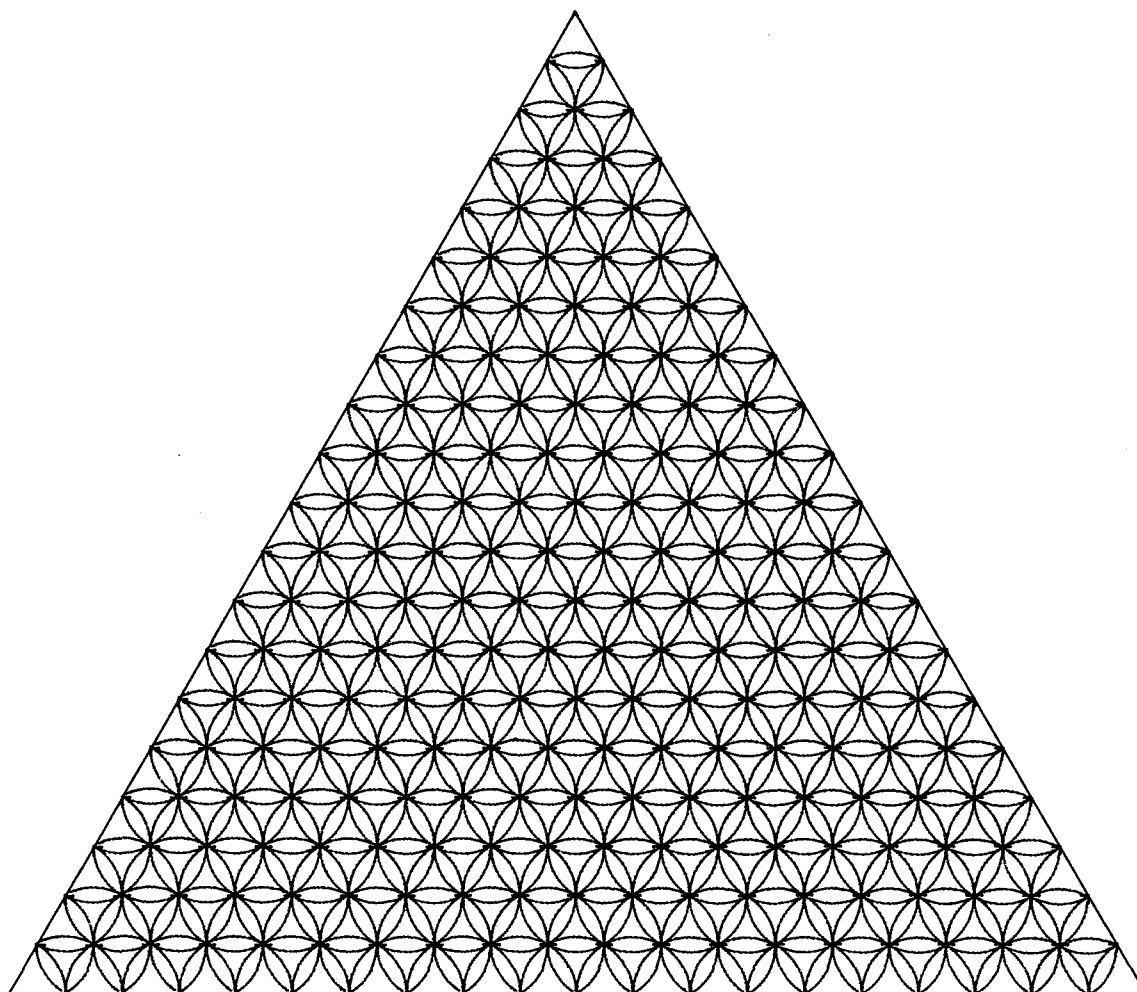


Fig. 7 — Rede de contagem triangular *TRIREDE*.

## REFERENCES

- ALVES, C.M. & MENDES, F.P. (1972) — Contagem manual de orientações. *Rev. Ciênc. Geológicas*, Lourenço Marques, Vol.5, Série A, pp. 9-17, 4 fig.
- BORGES, F.S. (1982) — Elementos de Cristalografia. 644 pp., *Fund. C. Gulbenkian*. Lisboa.
- HINKS, A.R. (1912) — Map projections. 138 pp., *Cambridge University Press*. Cambridge.
- JAMSA, K. (1989) — Using DOS 4. 1022 pp., *Osborne McGraw-Hill*. Barkeley.
- MENDES, A. F. & KULLBERG, J. C. (1992) — Drawing and use of auxiliary projection nets (the program STEGRAPH). *Ciências da Terra (UNL)*, Lisboa, nº11, pp. 275-292.
- PHILLIPS, F.C. (1978) — An introduction to Crystallography. (4<sup>th</sup> ed.). 404 pp., *Oliver Boyd*, Edinburgh.
- RICHARDUS, P. & ADLER, R.K. (1972) — Map Projections for geodesists, cartographers and geographers. 184 pp., *North-Holland Pub. Comp.* Amsterdam.
- Roland Digital Group — Drafting Plotter GRX-400 GRX-300 Operation Manual. 384 pp.